Conference on Identification and Control : some challenges, Monastir 18-20 June 2019

Contrôlabilité exacte d'une plaque thermoviscoélastique non linéaire

M. Aouadi, T. Moulahi

Plan

Partie 1

Préliminaires et well-posedness

- Contrôlabilité exacte plaque thermovisoélastique ds $\Omega \times [0, \infty)$

$$\begin{aligned} w_{tt} - \gamma \Delta w_{tt} + \Delta^2 w - \alpha \Delta w_t + \nu \Delta \theta &= u_1 + f_1(t, w, \theta, u_1) \\ \theta_t - \Delta \theta - \nu \Delta w_t &= u_2 + f_2(t, w, \theta, u_2) \end{aligned} \tag{1}$$

w déplacement vertical, θ température, γ inertie de rotation, $\alpha \Delta w_t$ amortissement viscoélastique, $\nu \Delta w_t$ chaleur induite par vibrations, $u_1, \; u_2 \in L^2(0, \tau; L^2(\Omega))$ contrôles distribués, $f_i : [0, \tau] \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \; (i = 1, 2)$ fonctions continues et globalement Lipschitz., $\exists \; l_i > 0, \; \forall x_1, \; x_2, \; y_1, \; y_2, \; u_1, \; u_2 \in \mathbb{R}$

$$\|f_i(t, x_2, y_2, u_2) - f_i(t, x_1, y_1, u_1)\| \leq l_i(\|x_2 - x_1\| + \|y_2 - y_1\| + \|u_2 - u_1\|), \quad t \in [0, \tau]$$

- Conditions aux limites de Dirichlet

$$w(x, t) = \Delta w(x, t) = \theta(x, t) = 0, \qquad x \in \partial\Omega, \qquad t \geq 0, \tag{2}$$

- Conditions initiales

$$w(x, 0) = w_0(x), \; w_t(x, 0) = w_1(x), \; \theta(x, 0) = \theta_0(x), \; x \in \Omega \tag{3}$$

Littérature contrôlabilité plaque thermoélastique linéaire

1) $\gamma = 0$: type d'Euler-Bernoulli

- Lasiecka & Triggiani [1] contrôlabilité nulle avec seul contrôle $u \in L^2((0,T) \times \Omega)$
- Benabdallah & Naso [2], si $(w_0, w_1, \theta_0) \in (H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)) \times L^2(\Omega) \times L^2(\Omega)$, $\exists\ f \in L^2((0,T) \times \Omega)$ tq pb plaque thermo. linéaire contrôlable en zéro
- De Terasa & Zuazua [3] prouvé contrôlabilité approximative exacte d'une plaque soumise à contrôle intérieur exercé sur composante élastique
- Sur la base Critère de Kalman, Leiva [4] établit cdts nécessaires et suffisantes pour la contrôlabilité approximative

2) $\gamma > 0$: type Kirchhoff, purement hyperbolique

- Aouadi & Moulahi [5], contrôlabilité exacte et approximative $u \in \omega \equiv \Omega$ et la contrôlabilité interne et approximative $u \in \omega \Subset \Omega$

Littérature sur plaques thermoélastique linéaire

- Lasiecka & Seidman [6] démontré inégalités d'observabilité quand contrôle agit la composante élastique ou la composante thermique
- Avalos [7] prouvé contrôlabilité nulle avec un seul contrôle agissant sur la composante thermique
- Castro et Teresa [8] prouvé contrôlabilité nulle avec des contrôles développés en séries agissants sur composantes élastique et thermique

But

- Mq pb non linéaire plaque thermovisoélastique exactement contrôlable en prouvant surjectivité de l'opérateur contrôlabilité non linéaire lorsque contrôles agissent sur Ω
- Difficulté : fonctions non linéaires f_i dépendent $t,\ w,\ \theta,\ u_i$

Well-posedness

- Théorie des semigroupes pour étudier well-posedness du pb non linéaire (1)-(3)
- Vecteur des inconnues $\mathcal{Z} = (z_0, z_1, z_2)$ avec $z_0 = \Delta w, \; z_1 = \frac{\partial w}{\partial t}, \; z_2 = \theta$
- Espace de Hilbert

$$Z_\gamma = X \times V_\gamma \times X, \quad \text{où } X = L^2(\Omega) \text{ et } V_\gamma = \begin{cases} H_0^1(\Omega) & \text{si } \gamma > 0 \\ L^2(\Omega) & \text{si } \gamma = 0, \end{cases}$$

- Problème de Cauchy

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathcal{Z}(t) &= \mathcal{A}\mathcal{Z}(t) + \mathscr{F}(t, \mathcal{Z}, \mathrm{U}), \quad \mathcal{Z}(0) = \mathcal{Z}_0 \\ \mathscr{F}(t, \mathcal{Z}, \mathrm{U}) &= B\mathrm{U} + F(t, \mathcal{Z}, \mathrm{U}), \\ \mathrm{U} &= (u_1, \; u_2) \in Y = L^2(0, \tau; L^2(\Omega)) \times L^2(0, \tau; L^2(\Omega)) \end{aligned} \tag{4}$$

- L'opérateur $B : Y \to Z_\gamma$ définie

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ J_\gamma & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \qquad J_\gamma = (I - \gamma\Delta)^{-1} : X \to V_\gamma \tag{5}$$

- $F : [0, \tau] \times Z_\gamma \times Y \to Z_\gamma$ donnée par

$$F(t, \mathcal{Z}, \mathrm{U}) = \begin{pmatrix} 0 \\ J_\gamma f_1(t, w, \theta, u_1) \\ f_2(t, w, \theta, u_2) \end{pmatrix} \tag{6}$$

Supposons F contraction à constante de contraction $L < 1$

$$\|F(t, \mathcal{Z}_2, \mathrm{U}_2) - F(t, \mathcal{Z}_1, \mathrm{U}_1)\| \leq L(\|\mathcal{Z}_2 - \mathcal{Z}_1\| + \|\mathrm{U}_2 - \mathrm{U}_1\|), \quad t \in [0, \tau] \tag{7}$$

Well-posedness

- L'opérateur $\mathcal{A} : \mathscr{D}(\mathcal{A}) \subset Z_\gamma \to Z_\gamma$ donné

$$\mathcal{A}\begin{pmatrix} z_0 \\ z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Az_1 \\ J_\gamma A(z_0 - \alpha z_1 + \nu z_2) \\ -A(\nu z_1 + z_2) \end{pmatrix}, \tag{8}$$

avec le domaine

$$\mathscr{D}(\mathcal{A}) = \begin{cases} H_0^1(\Omega) \times (H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega))^2 & \text{if} \quad \gamma > 0, \\ (H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega))^3 & \text{if} \quad \gamma = 0. \end{cases}$$

Théorème

1. $\mathcal{A}$ *génère* C_0- *semigroupe de contractions* $(T(t))_{t\geq 0}$ *sur* Z_γ
2. $\forall\ \mathcal{Z}_0 \in Z_\gamma,\ \mathrm{U} \in Y$, *il existe une solution locale unique du pb. Cauchy* (4) *tq* $\mathcal{Z}(t) \in C(0,\tau; Z_\gamma)$ *satisfaisant*

$$\mathcal{Z}(t) = T(t)\mathcal{Z}_0 + \int_0^t T(t-s)B\mathrm{U}(s)ds + \int_0^t T(t-s)F(s,\mathcal{Z}(s),\mathrm{U}(s))ds, \quad (9)$$

   pour $\tau > 0$ *et pour* $t \in [0,\tau)$
3. *De plus, il existe solution globale unique* $\mathcal{Z}(t) \in C(0,\infty; Z_\gamma)$ *de* (4) *satisfaisant* (9) *avec* $\tau = +\infty$

Preuve :

1.
   - $\mathscr{D}(\mathcal{A})$ dense ds Z_γ : D'après d'injection classiques, on a $\mathscr{D}(\mathcal{A})$ dense ds Z_γ
   - $\mathcal{A}$ dissipatif :$\forall\ \mathcal{Z} \in \mathscr{D}(\mathcal{A})$, $\Re e < \mathcal{A}\mathcal{Z}, \mathcal{Z} >_{Z_\gamma} = -\alpha\|\nabla w_t\|^2 - \|\nabla\theta\|^2 < 0$

- $\mathcal{A}$ surjectif, il suffit prouver $\forall\ \mathcal{Z}^* \in Z_\gamma,\ \mathcal{Z} - \mathcal{A}\mathcal{Z} = \mathcal{Z}^*$ a solution ds $\mathscr{D}(\mathcal{A})$
- $\mathcal{A}$ génère C_0- semigroupe de contractions sur Z_γ (voir Pazy [9])

2. Prouvons $\mathscr{F} : Z_\gamma \times Y \to Z_\gamma$ défini

$$\mathscr{F}(t, \mathcal{Z}, \mathrm{U}) = B\mathrm{U} + F(t, \mathcal{Z}, \mathrm{U})$$

est localement Lipschit ds Z_γ. Supp. $\mathcal{Z}_1,\ \mathcal{Z}_2 \in Z_\gamma$ corresp. contrôles $\mathrm{U}_1,\ \mathrm{U}_2 \in Y$

$$\|\mathscr{F}(\mathcal{Z}_2, \mathrm{U}_2) - \mathscr{F}(\mathcal{Z}_1, \mathrm{U}_1)\| \leq (L+1)(\|\mathcal{Z}_2 - \mathcal{Z}_1\| + \|\mathrm{U}_2 - \mathrm{U}_1\|)$$

En combinant ceci avec 1), d'après résultat classique : théorème 6.1.4 de Pazy [9], pb Cauchy (4) a solution régulière locale unique donnée (9) défini $(0; t_{max})$

3. Prouvons solution globale, $t_{max} = \infty$, en utilisant argument contradiction

Partie 2

Analyse spectrale de $\mathcal{A}$

$$\forall \mathcal{Z} \in \mathscr{D}(\mathcal{A}), \quad \mathcal{A}\mathcal{Z} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n P_n \mathcal{Z}, \quad P_n = \begin{pmatrix} E_n & 0 & 0 \\ 0 & E_n & 0 \\ 0 & 0 & E_n \end{pmatrix} \tag{10}$$

$$A_n = R_n P_n = \begin{pmatrix} 0 & -\lambda_n & 0 \\ \frac{\lambda_n}{1+\gamma\lambda_n} & \frac{-\alpha\lambda_n}{1+\gamma\lambda_n} & \frac{\nu\lambda_n}{1+\gamma\lambda_n} \\ 0 & -\nu\lambda_n & -\lambda_n \end{pmatrix} P_n, \ \ n \geq 1. \tag{11}$$

L'équation caractéristique de R_n est donné par

$$\sigma^3 + \lambda_n(1 + \frac{\alpha}{c_n^2})\sigma^2 + \frac{\lambda_n^2}{c_n^2}(1+\nu^2)\sigma + \frac{\lambda_n^3}{c_n^2} = 0, \quad c_n = \sqrt{1+\gamma\lambda_n} \tag{12}$$

val. prp. $\sigma_i(n) = c_n^{-1}\lambda_n \varrho_i(n), \ i = 0, 1, 2$ où $\varrho_i(n)$ racines

$$\varrho^3 + c_n(1+\alpha c_n^{-2})\varrho^2 + (1+\nu^2)\varrho + c_n = 0. \tag{13}$$

Proposition

- *Les racines de* (13), $\varrho_i(n), \;\; i = 0,1,2, \;\; n \geq 1$ *sont simples si*

$$0 \leq \nu < \sqrt{(1+\alpha)(2\sqrt{19}-7)} \;\; et \;\; \alpha = \min\left\{\gamma\lambda_1, \frac{18-4\sqrt{19}}{4\sqrt{19}-15}\right\}. \tag{14}$$

- $\Re e \; \varrho_i(n) < 0, \quad i = 0,1,2, \;\; n \geq 1$

$$\begin{aligned} \varrho_i(n) &= -\frac{1}{3}\left(c_n(1+\alpha c_n^{-2}) + C(n)e^{\frac{2\mathcal{I}i\pi}{3}} + \frac{\delta_0(n)}{C(n)}e^{\frac{-2\mathcal{I}i\pi}{3}}\right) \\ \delta_0(n) &= c_n^2(1+\alpha c_n^{-2})^2 - 3(1+\nu^2) \\ \delta_1(n) &= 2c_n^3(1+\alpha c_n^{-2})^3 - 9c_n(1+\alpha c_n^{-2})(1+\nu^2) + 27c_n \\ C(n) &= \sqrt[3]{\frac{1}{2}\left(\delta_1(n) + \sqrt{\delta_1^2(n) - 4\delta_0^3(n)}\right)} \end{aligned} \tag{15}$$

Analyse spectrale

- Hansen & Zhang [10] racines simple pour $\alpha = 0$ si $\nu < \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0.7071$
- Aouadi & Moulahi [5] améliorés ce résultat $\nu < \sqrt{2\sqrt{19} - 8} \approx 0.8472$
- Puisque $\nu < \sqrt{(1+\alpha)(2\sqrt{19} - 7)} \approx 1.31\sqrt{1+\alpha} > 0.8472 > 0.7071$,
- Amortissement viscoélastique α améliore l'applicabilité de plaque

Dans la suite on suppose que $\sigma_0(n) \in \mathbb{R}$ et $\sigma_1(n) = \overline{\sigma_2(n)} \in \mathbb{C}$ et on cherche le sup $n \longmapsto \max_{i=0,1,2} \Re e\ \sigma_i(n)$ sur $n \geq 1$

Lemme

Condition (14) *vérifiée, c.a.d* $\sigma_i(n) \in \mathbb{C}$, $i = 0, 1, 2$, $n \geq 1$, *racines de* (12) *sont simples*

$$\sup_{n\geq 1} \max_{i=0,1,2} \Re e\ \sigma_i(n) = \max_{i=0,1,2} \Re e\ \sigma_i(1) = \Re e\ \sigma_1(1) < 0. \tag{16}$$

Partie 3

Stabilité exponentielle du problème linéaire non contrôlé et taux de décroissance optimale

Stabilité exponentielle du problème linéaire non contrôlé

Théorème

Semigroupe associé pb (1) linéaire $f_1 = f_2 = 0$ et non contrôlé $u_1 = u_2 = 0$ décroît exponentiellement vers zéro

$$\|T(t)\| \leq Ne^{\mu_1 t}, \;\; t \geq 0 \tag{17}$$

à taux de décroissance optimal

$$\mu_1 = -\frac{\lambda_1}{3\sqrt{1+\gamma\lambda_1}}\left(\frac{1+\alpha+\gamma\lambda_1}{\sqrt{1+\gamma\lambda_1}} + C(1) + \frac{\delta_0(1)}{C(1)}\right) < 0. \tag{18}$$

Preuve :

$$\forall\, \mathcal{Z} \in Z_\gamma, \quad T(t)\mathcal{Z} = \sum_{1}^{\infty} e^{A_n t} P_n \mathcal{Z}, \quad t \geq 0 \tag{19}$$

$$\|T(t)\mathcal{Z}\|^2 \leq \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{i=0}^{2}\|e^{\sigma_i(n)t}q_i^n P_n\|_{Z_\gamma}^2\|P_n\mathcal{Z}\|_{Z_\gamma}^2, \quad q_i^n = \prod_{\substack{k=0\\k\neq i}}^{2}\left(\frac{R_n-\sigma_k(n)I_3}{\sigma_i(n)-\sigma_k(n)}\right) \tag{20}$$

$$\|e^{\sigma_i(n)t}q_i^n P_n\mathcal{Z}\|_{Z_\gamma}^2 \leq C_i(\gamma,\nu,\alpha)e^{\sigma_i(n)t}, \ t\geq 0, \ i=0,1,2$$

La somme

$$\sum_{i=0}^{2}\|e^{\sigma_i(n)t}q_i^n P_n\|_{Z_\gamma} \leq Ne^{\mu_1 t}, \quad N = \max_{i=0,1,2} C_i(\gamma,\nu,\alpha)\geq 0 \tag{21}$$

D'après la Proposition de l'analyse spectrale (deuxième assertion)

$$\begin{aligned}\mu_1 &= \sup_{n\geq 1}\max_{i=0,1,2}\Re e\,\sigma_i(n) = \max_{i=0,1,2}\Re e\,\sigma_i(1) < 0\\ &= -\frac{\lambda_1}{3\sqrt{1+\gamma\lambda_1}}\min_{i=0,1,2}\Re e\left(\frac{1+\alpha+\gamma\lambda_1}{\sqrt{1+\gamma\lambda_1}} + C(1)e^{\frac{2\mathcal{I}i\pi}{3}} + \frac{\delta_0(1)}{C(1)}e^{\frac{-2\mathcal{I}i\pi}{3}}\right)\end{aligned}$$

Minimum de la dernière expression est donnée par $i = 0$, et par conséquent

$$\mu_1 = -\frac{\lambda_1}{3\sqrt{1+\gamma\lambda_1}}\left(\frac{1+\alpha+\gamma\lambda_1}{\sqrt{1+\gamma\lambda_1}} + C(1) + \frac{\delta_0(1)}{C(1)}\right) < 0$$

D'après (21), l'expression (20) se réduit à

$$\|T(t)\mathcal{Z}\|^2 \leq N^2 e^{-2\mu t}\sum_{n=1}^{\infty}\|P_n\mathcal{Z}\|^2 \tag{22}$$

D'après Aouadi & Moulahi [11], on a

$$\sum_{n=1}^{\infty}\|P_n\mathcal{Z}\|^2 = \|\mathcal{Z}\|^2_{Z_\gamma} \tag{23}$$

En remplaçant (23) dans (22), on obtient

$$\|T(t)\| \leq Ne^{\mu_1 t}, \ \ t \geq 0 \qquad \square$$

Partie 4

Contrôlabilité exacte du problème non linéaire

Définition

Pb Cauchy (4) exact. contrôlable sur $[0,\tau]$, *si* $\forall\ \mathcal{Z}_0,\ \mathcal{Z}_1 \in Z_\gamma,\ \exists\ \mathrm{U} = (u_1, u_2) \in Y$ *tq* $\mathcal{Z}(t)$ *donnée* (9) *satisfait*

$$\mathcal{Z}(\tau) = \mathcal{Z}_1$$

D'après Curtain-Zwart [2], nous définissons les concepts suivants :

(a) L'opérateur de contrôlabilité linéaire

$$G : Y \to Z_\gamma, \quad G\mathrm{U} = \int_0^\tau T(\tau - s)B\mathrm{U}(s)ds, \tag{24}$$

dont l'opérateur adjoint donné par

$$G^* : Z_\gamma \to Y, \quad (G^*\mathcal{Z})(s) = B^*T^*(\tau - s)\mathcal{Z}, \ \ \forall s \in [0,\tau],\ \mathcal{Z} \in Z_\gamma. \tag{25}$$

(b) L'opérateur de contrôlabilité non linéaire

$$G_F : Y \to Z_\gamma, \quad G_F\mathrm{U} = G\mathrm{U} + \int_0^t T(t - s)F(s, \mathcal{Z}(s), \mathrm{U}(s))ds \tag{26}$$

(c) Grammien de contrôlabilité

$$W : Z_\gamma \to Z_\gamma, \;\; W(\tau)\mathcal{Z} = (GG^*\mathcal{Z})(\tau) \tag{27}$$

Résultats existants : (i) Curtain-Zwart [12] prouvé l'équivalence entre contrôlabilité exacte pb Cauchy linéaire

$$\frac{d\mathcal{Z}}{dt} = \mathcal{A}\mathcal{Z} + B\mathrm{U}, \quad \mathcal{Z}(0) = \mathcal{Z}_0 \tag{28}$$

et la surjectivité de l'opérateur contrôlabilité linéaire G donné (24)
(ii) Carrasco *et al.* [13] ont généralisé cette équivalence ds cas non linéaire : l'équivalence entre contrôlabilité exacte pb Cauchy non linéaire (4)

$$\frac{d}{dt}\mathcal{Z}(t) = \mathcal{A}\mathcal{Z}(t) + B\mathrm{U} + F(t, \mathcal{Z}, \mathrm{U}), \quad \mathcal{Z}(0) = \mathcal{Z}_0$$

et la surjectivité de l'opérateur contrôlabilité non linéaire G_F donné (26)

Contrôlabilité exacte du problème non linéaire

Notre approche : pour mq pb Cauchy non linéaire (4) exact. contrôl. consiste montrer G_F surjectif, pour cela on doit d'abord prouver G surjectif, équivaut à la contrôlabilité exacte du pb Cauchy linéaire (28).

Pour montrer contrôlabilité exacte du pb Cauchy linéaire (28), on utilise résultat Curtain-Zwart [12], Carrasco *et al.* [13] et autres

Lemme

Pb Cauchy linéaire (28) exact. contrôlable sur $[0, \tau]$ ssi Grammien de contrôlabilité $W = GG^*$ donné (27) est continu et inversible

Lemme

- $\exists\ \Lambda_2 > 0$ *en fnct* ν, α *et* γ *tq* $\|W(\tau)\|_{Z_\gamma} \leq \Lambda_2(\nu, \gamma, \alpha)$
- W *inversible ds* Z_γ, $W^{-1}(\tau) : Z_\gamma \to Z_\gamma$ *défini*

$$W^{-1}(\tau)\mathcal{Z} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\Xi_n} \sum_{i=0}^{2} \begin{pmatrix} b_{i1} & c_n^{-1} b_{i2} & b_{i3} \\ -c_n b_{i2} & b_{i4} & c_n b_{i5} \\ b_{i3} & -c_n^{-1} b_{i5} & b_{i6} \end{pmatrix} P_n \mathcal{Z}, \qquad (29)$$

Déduction : Pb Cauchy linéaire (28) exact. contrôlable sur $[0, \tau] \Longleftrightarrow G$ surjectif
Rappel : F contraction à constante de contraction $L < 1$.
Nous énonçons le résultat principal

Théorème

Soit τ_0 *assez grand tq* $\sqrt{\tau_0} e^{\tau_0} < \frac{1}{L}$ *et* $\tau \geq \tau_0$ *, alors le pb Cauchy non linéaire (4) est exactement contrôlable sur* $[0, \tau]$

Preuve :

- But : surjectivité G_F. On sait déjà que G est surjectif.
- G surjectif et $W = GG^*$ inversible$\Rightarrow$ G^* injectif $\Rightarrow$ G injectif$\Rightarrow$ G inversible
- Considèrons l'opérateur composé

$$\widetilde{G}_F : Z_\gamma \to Z_\gamma, \qquad \widetilde{G}_F = G_F \circ G^{-1} \tag{30}$$

  et montrons d'abord qu'il est surjectif
- Utilisant déf. opérateur de contrôl non linéaire G_F donnée (26),

$$\xi \in Z_\gamma, \quad \widetilde{G}_F \xi = \xi + K\xi, \quad K\xi = \int_0^\tau T(\tau - s)F(s, \mathcal{Z}_\xi(s), G^{-1}\xi(s))ds \tag{31}$$

- Pour montrer surject. $\widetilde{G}_F$, on doit d'abord montrer K est opérateur de contraction

$$\forall\ \xi_1,\ \xi_2 \in Z_\gamma,\ \|K\xi_1 - K\xi_2\| \leq L_K\|\xi_1 - \xi_2\|$$

- $L_K = \sqrt{\tau} L e^{L\tau}\left(e^{-L\tau} + \tau(1+L)\right) < 1$ pour τ assez grand et $\sqrt{\tau}e^{\tau} < \frac{1}{L}$
- Nous sommes prêts à prouver surjectivité $\widetilde{G}_F$: Pour tout $\xi,\; y \in Z_\gamma$, on définit

$$\varphi_y \xi = y - K\xi. \tag{32}$$

- Mq φ_y contaction :
  $\forall\ \xi_1,\ \xi_2 \in Z_\gamma, \quad \|\varphi_y\xi_1 - \varphi_y\xi_2\| = \|K\xi_2 - K\xi_1\| \leq L_K\|\xi_1 - \xi_2\|$
- comme $L_K < 1$, φ_y contraction, i.e, $\exists$! *point fixe* : $\xi_y^* \in Z_\gamma$ tq $\varphi_y\xi_y^* = \xi_y^*$

$$\forall y \in Z_\gamma, \left\{ \begin{array}{r} \varphi_y\xi_y^* = \xi_y^* \quad \text{(use (32))} \\ = y - K\xi_y^* \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = \xi_y^* + K\xi_y^* \quad \text{(use (31))} \\ \quad = \widetilde{G}_F\xi_y^* \end{array} \right. \Rightarrow \widetilde{G}_F \text{ surjective}$$

- D'après (30), $G_F = \widetilde{G}_F \circ G \Rightarrow$ surjectivité de G_F (composé 2 opér. surject.)
- Selon Carrasco *et al.* [13], pb non linéaire (4) exact. contrôlable sur $[0, \tau]$.

References

- [1] I. Lasiecka, R. Triggiani, Exact null controllability of structurally damped and thermoelastic parabolic models, Rend. Mat. Acc. Lincei 9 (1998), 43-69
- [2] A. Benabdallah, M. Naso, Null controllability of a thermoelastic plate, Abstr. Appl. Anal. 7 (2002), 585-599
- [3] L. Teresa, E. Zuazua, Controllability of the linear system of thermoelastic plates, Adv. Diff. Eqns. 1 (1996), 369-402
- [4] H. Leiva, H. Zambrano, Rank condition for the controllability of a linear time-varying system, Int. J. Control, 72 (1999), 929-931
- [5] M. Aouadi, T. Moulahi, The controllability of a thermoelastic plate problem revisited, J. Evol. Equat. Cont. Theory, 7 (2018), 1-31

References

- [6] I. Lasiecka, T. Seidman, Blow-up estimates for observability of a thermoelastic system, Asymp. Anal. 50 (2006), 93-120
- [7] G. Avalos, Exact controllability of a thermoelastic system with control in the thermal component only, Diff. Int. Equat. 13 (2000), 613-630
- [8] C. Castro, L. Teresa, Null controllability of the linear system of thermoelastic plates, J. Math. Anal. Appl. 428 (2015), 772-793
- [9] A. Pazy, Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations, Applied Mathematical Sciences, Vol. 44, Springer, New York, 1983
- [10] S. Hansen, B. Y. Zhang, Boundary controllability of a linear thermoelastic beam, J. Math. Anal. Appl. 210 (1997), 282-205.

References

[11] M. Aouadi, T. Moulahi, Approximate controllability of abstract nonsimple thermoelastic problem, J. Evol. Equat. Cont. Theory, 4 (2015), 373-389

[12] R. Curtain, H. Zwart, An Introduction to Infinite-Dimensional Linear Systems Theory, vol. 21 of Texts in Applied Mathematics, Springer, New York, NY, USA, 1995.

[13] A. Carrasco, H. Leiva, J. Uzcátegui, Controllability of Semilinear Evolution Equations, Caracas, Venezuela, ISBN 978-980-261-162-1, 2015.

MERCI